Mathematik 1
Dozent: Martin Unold

Übungsblatt 9

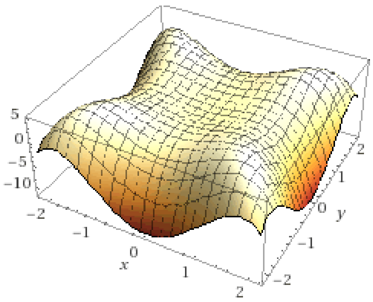
Abgabe: 07.06.2018

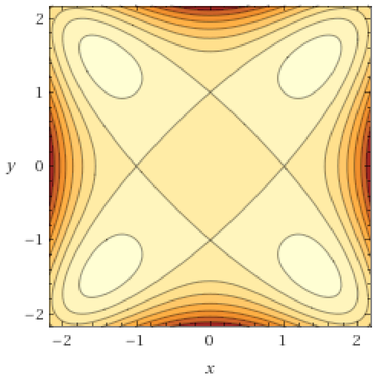
Aufgabe 1 (3 Punkte)

Die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ f(x, y) = x^2y^2 - x^4 + 2x^2 - y^4 + 2y^2 + 1$$

hat vier Maximalstellen. Geben Sie die Koordinaten der Maximalstellen von f an.





Bilden Sie dazu beide partiellen Ableitungen und bestimmen Sie die Punkte, an denen der Gradient null wird. Beachten Sie allerdings, dass die Funktion neben den Maximalstellen noch vier Sattelpunkte und ein lokales Minimum hat, an denen der Gradient ebenfalls null ist.

Aufgabe 2 (2 Punkte)

Gegeben ist eine Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

Wie können Sie denjenigen Punkt $\begin{pmatrix} x \\ f(x) \end{pmatrix}$ des Graphen der Funktion herausfinden, der den geringsten Abstand zum Nullpunkt $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ hat?

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Gegeben sind drei Punkte in der Ebene.

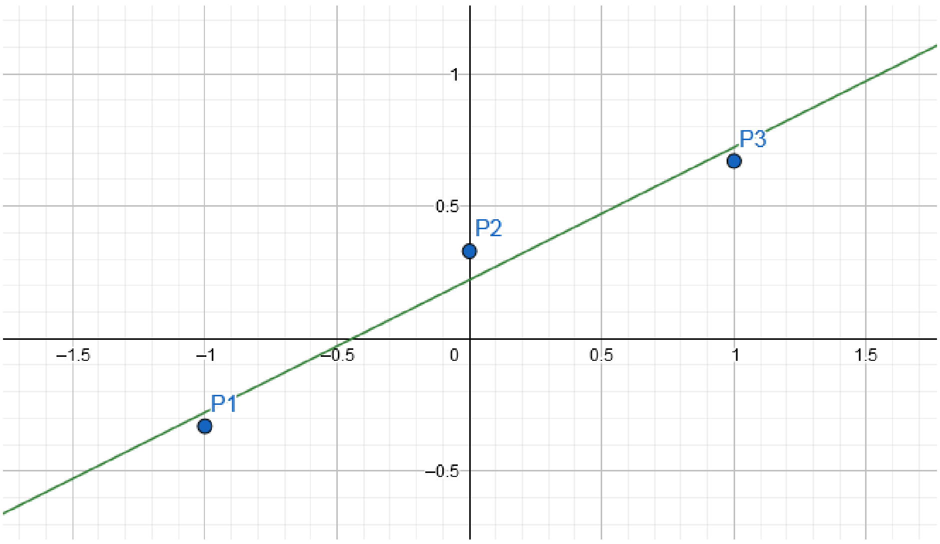
$$P_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix} \qquad P_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix} \qquad P_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

Legen Sie eine Gerade

$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \ g(x) = ax + b$$

so durch diese drei Punkte, dass die quadrierten Abstände der Punkte zur Geraden in y-Richtung minimiert werden, d.h. minimieren Sie

$$\sum_{i=1}^{3} (g(x_i) - y_i)^2$$



Aufgabe 4 (1 Punkte)

Fertigen Sie eine Skizze (2D-Isolinien) der Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ \ f(x, y) = x^2 + y^2$$

an. Zeichnen Sie mindestens die Isolinien $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = 1$, $f(x, y) = 2$, $f(x, y) = 3$ und $f(x, y) = 4$ ein.